■解説（VISION Vol. 2，1990）

# X, Y, Z の A, B, C
## —測色学の基礎—

矢 口 博 久

千葉大学工学部情報工学科
〒260 千葉市弥生町1-33

## 1．はじめに

来年，CIE（国際照明委員会）の XYZ 表色系は還暦を迎える．あの馬蹄型の色度図も馴染みの深いものとなり，工学分野をはじめ，医学，デザイン，食品などどこの分野でも使われている．しかし，あの横軸，縦軸の意味を正確に知って使っている人は少ないように思われる．また，理解している人でも x, y の値からそれがどういう色かを想像するのは難しい．今日の産業界において，多くの人達が使っている割には，これほど理解されていないものもないかもしれない．当時の人達は何故このような難解な表色系を作ったのであろうか．

そもそも色は人間が感じるもので，網膜に分光感度の異なる３種類の錐体があり，その応答の比率により色が決定される．したがって，この３つの応答により色を表わせば話は簡単にすむように思われる．しかし60年前には錐体の分光感度がまだ分からなかったので，錐体応答によって色を表わす方法は実現しなかった．その代わりに，「任意の色は３種類の色の混色で等色できる」という視覚の３色性に基づいて，等色に用いた３種類の色の量により色を表わす方法が採られた．

## 2．なぜ３色か？

等色は２色でも４色でもなく，なぜ３色で行なわれるのか？これは，網膜に３種類の錐体があることに基づいている．ある色光Ｃは３種類の錐体の応答により決定されるので，図１に示すように３種類の錐体（ここではこれらをＬ錐体，Ｍ錐体，Ｓ錐体と呼ぶ）の応答 L, M, S を軸とする３次元空間のベクトルで表わされることになる．ここで，この空間に任意の色Ｒ，Ｇ，Ｂを考える．ここでＲ，Ｇ，Ｂのベクトルは同一平面上にないものとする．このＲ，Ｇ，Ｂのベクトルの大きさを調節することによって，それらのベクトル和により色光Ｃを表わすことができる．このＲ，Ｇ，Ｂの大きさの組合せはただ一組だけ決まる．

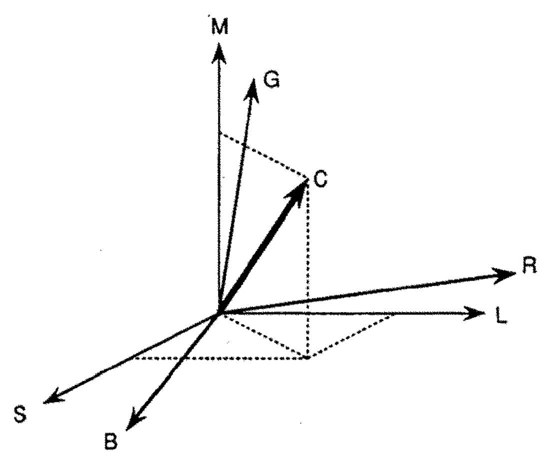


図１　色空間

もし，任意の２色だけでは色光Ｃと一致させることはできず，また４色以上の場合は無数の組合せが生じる．このように，色は３つの変数で表わすことができ，それが錐体の応答であっても，等色に用いた３つの色光の量でも数学的には同等であることがわかる．そして，この３つの色光を原刺激，それらの量を三刺激値と呼ぶ．したがって，**原刺激に何を用いるか，三刺激値の単位をどう決めるか**の２つによりその表色系の全てが決まることになる．

## ３．CIE 表色系

### 3.1　RGB 表色系

CIE では，まず原刺激として700nm, 546.1nm,435.8nm の単色光を定めた．そして，これら赤(R)，緑(G)，青(B)の原刺激を混色して等エネルギースペクトル白色（全ての波長において等しいエネルギーを有する白色）と等色した時にそれらの三刺激値を等しくするよう（Rw=Gw=Bw）に定めた．これが CIE RGB 表色系である．このように決められた三刺激値の単位は輝度ともエネルギー量とも一致しない．ちなみに等エネルギースペクトル白色と等色した場合の原刺激の輝度比は

$$lr : lg : lb = 1 : 4.5907 : 0.0601 \qquad (1)$$

であり，これを明度係数と呼ぶ．したがって，ある色光の RGB 三刺激値を R, G, B とした場合，その色光の輝度Ｌは

$$L = R + 4.5907G + 0.0601B \qquad (2)$$

となる．

つぎに，ある色光が与えられたとき，どのようにしてその三刺激値を求めるかが問題となる．ここで等色の加法則が利用される．これは色光Ａと色光Ｂが等色しており（A＝B)，また色光Ｃと色光Ｄが等色している（C＝D）ならば，ＡとＣの混色光とＢとＤの混色も等色する（A+C=B+D）という法則（これはグラスマンの法則の加法則と呼ばれる）である．あらゆる色光は単色光の集まりとして考えることができる．したがって，単色光の三刺激値が分かれば，それらを足し合わせることにより，どのような色光の三刺激値でも表わすことができる．しかも，それが等しいエネルギーを有する単色光についての三刺激値であれば，計算が楽になる．これが等色関数である．図

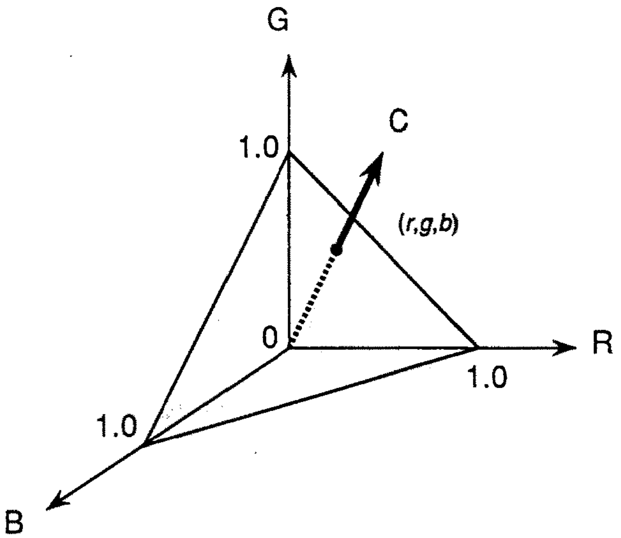


図３　色度座標の説明図

2にRGB表色系の等色関数$\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$を示す．これを見て，まず気づくことは，負の値があることである．特に赤の等色関数$\bar{r}(\lambda)$の緑の波長域に大きく現われている．単色光をテスト光とした等色実験ではテスト刺激の彩度が高いために等色が成り立たず，テスト視野に彩度を低下させるための刺激を加える．例えば，500nmのテスト刺激の場合，それに赤の原刺激を加え，これと緑原刺激と青原刺激の混色により等色する．このようにテスト刺激に加えた原刺激の三刺激値は負の値で与えられる．RGB表色系では$\bar{r}(\lambda)$ばかりでなくすべての等色関数に負の値が存在する．分光放射分布$P(\lambda)$をもつ複合放射の場合の三刺激値はグラスマンの加法則から次式で定義される．

$$R=\int P(\lambda)\bar{r}(\lambda)d\lambda \tag{3}$$

$$G=\int P(\lambda)\bar{g}(\lambda)d\lambda \tag{4}$$

$$B=\int P(\lambda)\bar{b}(\lambda)d\lambda \tag{5}$$

また，RGB表色系の三刺激値の定義から等エネルギースペクトル白色（$P(\lambda)=1$）の三刺激値は等しいので

$$\int \bar{r}(\lambda)d\lambda=\int \bar{g}(\lambda)d\lambda=\int \bar{b}(\lambda)d\lambda \tag{6}$$

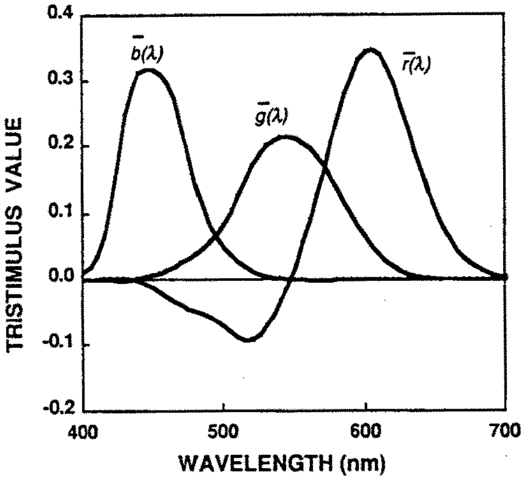


図2　RGB表色系における等色関数

の関係が成り立つ．図3のようにR, G, Bを軸とする3次元空間（このような空間は色の位置を与えるので色空間と呼ばれる）を考えると，色ベクトルの長さは明るさに関係し，色相とか彩度だけに興味のある場合はベクトルの方向だけでよい．つまり，三刺激値の比R:G:Bが重要になる．そこで，図3の色空間において，(1,0,0)，(0,1,0)，(0,0,1)を通る単位面を貫くところの座標を導入する．これは

$$r=R/(R+G+B) \tag{7}$$

$$g=G/(R+G+B) \tag{8}$$

$$b=B/(R+G+B) \tag{9}$$

と表わされ，これを色度座標という．また，

$$r+g+b=1 \tag{10}$$

の関係があるので2変数だけが分かればよく，一般にはrとgだけが用いられ，図示する場合にはこれらを図4のように直交座標にとる．この図を色度図という．まわりの曲線がスペクトル光の座標の軌跡あり，これをスペクトル軌跡と呼ぶ．実存する色光はすべてこのスペクトル軌跡内に位置

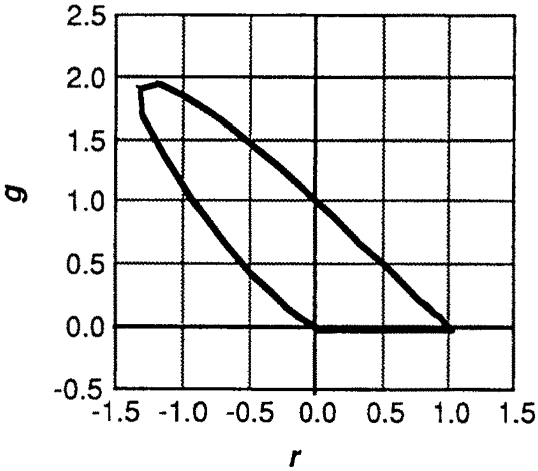


**図4　RGB 表色素の色度図**

する．

等色関数は単位エネルギーの単色光の三刺激値であるので，これを等色実験から直接測定するには単色光のエネルギーの測定が必要である．これに対し，色度座標は単に R, G, B の比だけが分かればよいので，エネルギーの測定は不要である．RGB 表色系の基になった Guild と Wright の等色実験でも等色関数でなくスペクトル色の色度座標を求めている．色度座標から等色関数への変換は以下のようにしておこなわれる．まず，(2)式の RGB 三刺激値と輝度の関係を等色関数に適用すると，次式のように標準比視感度関数 V(λ)と等色関数の関係が得られる．

$$V(\lambda)=\bar{r}(\lambda)+4.5907\bar{g}(\lambda)+0.0601\bar{b}(\lambda) \qquad (11)$$

また，スペクトル色の色度座標を r(λ)．g(λ)，b(λ)とすると，

$$\bar{r}(\lambda)=\bar{r}(\lambda)/\{\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)\} \qquad (12)$$

$$\bar{g}(\lambda)=\bar{g}(\lambda)/\{\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)\} \qquad (13)$$

$$\bar{b}(\lambda)=\bar{b}(\lambda)/\{\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)\} \qquad (14)$$

となるので，(5)式の両辺を $\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)=m(\lambda)$ で割ると，

$$V(\lambda)/m(\lambda)=r(\lambda)+4.5907g(\lambda)+0.0601b(\lambda) \qquad (15)$$

となる．さらに

$$m(\lambda)=V(\lambda)/\{r(\lambda)+4.5907g(\lambda)+0.0601b(\lambda)\} \qquad (16)$$

が得られ，最終的に

$$\bar{r}(\lambda)=m(\lambda)r(\lambda),\ \bar{g}(\lambda)=m(\lambda)g(\lambda),\ \bar{b}(\lambda)=m(\lambda)b(\lambda) \qquad (17)$$

となる．V(λ)に関してはすでに1924年に制定されており，これを利用して色度座標から等色関数を得たわけである．

### 3.2　XYZ 表色系

RGB 表色系を用いれば色を三刺激値で表現できる．しかし，この表色系には色々と欠点もあり，実際に応用する際には次の 2 点が問題となる．

(1) 負の三刺激値がある．

(2) 輝度を表現するためには(2)式のような変換式が必要である．

このような問題点を解決するために XYZ 表色系が生まれた．まず(1)の問題を解決するためには，図4のスペクトル軌跡を全て含み込むような3角形の頂点に色度座標をもつような原刺激を用いればよい．しかし，このような色刺激は実際には存在しない．しかし，負の三刺激値を無くすためには，敢えてこれをやらなければならない．そこで CIE では新しく実在しない色（これを虚色という）の原刺激(X)，(Y)，(Z) を用いた．次に(2)の問題である．RGB 表色系では(2)式で輝度が与えられるが，ここで L=0，すなわち

$$R+4.5907G+0.0601B=0 \tag{18}$$

を考えてみる．これは RGB 色空間の原点を通る平面である．その面では輝度が0であるので，これを無輝面という．もし，(X) と(Z) をこの無輝面上にとれば，それらの明度係数は0となり，XYZ 表色系での輝度は

$$L=Y \tag{19}$$

となる．つまり三刺激値のうち Y だけを知れば輝度が表わせることになる．

以上のようにして XYZ 表色系の新しい原刺激が定められた．その(r, g, b) 色度座標は以下のとおりである．

$$\begin{aligned} &X(1.2750,\ -0.2778,\ 0.0028) \\ &Y(-1.7392,\ 2.7671,\ -0.0279) \\ &Z(-0.7431,\ 0.1409,\ 1.6022) \end{aligned} \tag{20}$$

つぎに RGB 表色系から XYZ 表色系への変換について述べる．(X)，(Y)，(Z) 原刺激も(R)，(G)，(B) 原刺激の混色で数学的には表わせるので，次式のような変換式で2つの表色系を関係づけることができる．

$$X=X_rR+X_gR+X_bB \tag{21}$$

$$Y=Y_rR+Y_gG+Y_bB \tag{22}$$

$$Z=Z_rR+Z_gG+Z_bB \tag{23}$$

この9個の係数を求めれば，この変換ができることになる．まずある原刺激の軸上の色刺激については他の2つの三刺激値は0になるので（例えば，X 軸上の色刺激に対して Y=Z=0となる），(20)式の X，Y，Z 軸の(r, g, b) 色度座標を用いて，以下の6式が得られる．

$$1.2750Y_r-0.2778Y_g+0.0028Y_b=0 \tag{24}$$

$$1.2750Z_r-0.2778Z_g+0.0028Z_b=0 \tag{25}$$

$$-1.7392X_r+2.7671X_g-0.0279X_b=0 \tag{26}$$

$$-1.7392Z_r+2.7671Z_g-0.0279Z_b=0 \tag{27}$$

$$-0.7431X_r+0.1409X_g+1.6022X_b=0 \tag{28}$$

$$-0.7431Y_r+0.1409Y_g+1.6022Y_b=0 \tag{29}$$

また，等エネルギー白色の場合を考えると R=G=B，また X=Y=Z であるので，

$$X_r+X_g+X_b=Y_r+Y_b+Y_g=Z_r+Z_g+Z_b \tag{30}$$

が成り立つ．さらに Y を輝度と一致させるために(2)式の明度係数の関係から，

$$Y_r+Y_b+Y_g=l_r+l_g+l_b=5.6508 \tag{31}$$

となる．この連立方程式を解けば以下のような係数が得られる．

$$\begin{aligned} &X_r=2.7689,\ X_g=1.7517,\ X_b=1.1302 \\ &Y_r=1.0000,\ Y_g=4.5907,\ Y_b=0.0601 \end{aligned} \tag{32}$$

$Z_r=0.0000,\ Z_g=0.0565,\ Z_b=5.5943$

したがって次式のように XYZ 表色系の等色関数も RGB 表色系の等色関数から得られる．

$$\begin{pmatrix}\bar{x}(\lambda)\\ \bar{y}(\lambda)\\ \bar{z}(\lambda)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.7689 & 1.7517 & 1.1302\\ 1.0000 & 4.5907 & 0.0601\\ 0.0000 & 0.0565 & 5.5943\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\bar{r}(\lambda)\\ \bar{g}(\lambda)\\ \bar{b}(\lambda)\end{pmatrix} \tag{33}$$

この等色関数を図 5 に示す．

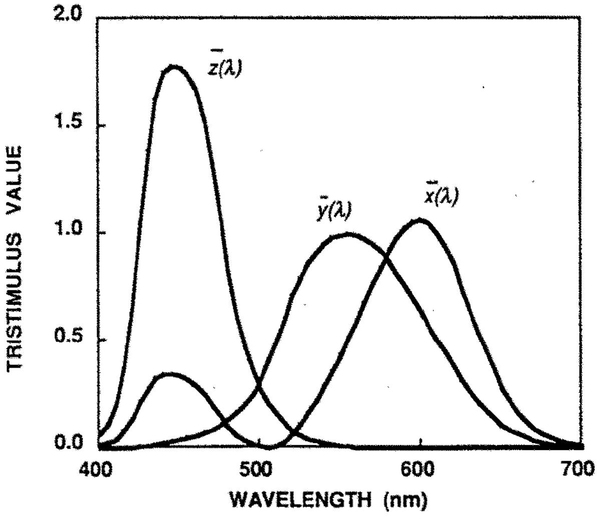


図 5　XYZ 表色素における等色関数

等色関数は単位エネルギースペクトルに対する三刺激値であるので，分光放射分布 P( λ )をもった色光の三刺激値 X, Y, Z は

$$X=k\int P(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda \tag{34}$$

$$Y=k\int P(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda \tag{35}$$

$$Z=k\int P(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda \tag{36}$$

ここで k は定数である．k の値は自ら発光している光源色と照明により反射してくる物体色の場合で異なる．光源色の場合は

$$k=Km=683lm/W \tag{37}$$

を用い，この Km は最大視感度と呼ばれている．物体色の場合は，光源からの光が物体に反射して眼に入る．したがって，光源の分光放射束を S( λ )，物体の分光反射率を ρ( λ )とすると，S( λ ) ρ( λ )が眼に入ることになり，(34),(35),(36)式に

$$P(\lambda)=S(\lambda)\rho(\lambda) \tag{38}$$

を代入し，定数 k には

$$k=100/\int S(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda \tag{39}$$

を用いる．つまり，ρ( λ )=1である完全拡散反射面の Y 値が100になるように正規化する．物体色の場合の Y 値はルミナンスファクターといい，物体の明度に関係されている．

また，色度座標は次式で求められる．

$$x = X/(X+Y+Z) \quad (40)$$

$$y = Y/(X+Y+Z) \quad (41)$$

$$z = Z/(X+Y+Z) = 1 - x - y \quad (42)$$

色度図は x, y を用い，xy 色度図と呼ばれ，図 6 に示される．

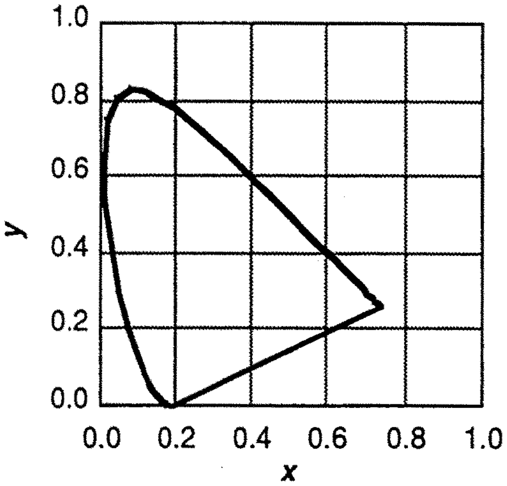


図 6　XYZ 表色系の色度図

## 4．おわりに

この講義では XYZ 表色系まで述べたが，これからさらに均等色空間に発展していく．これに関しては紙面の都合上割愛するが，全て XYZ 表色系が基になっているので，この XYZ 表色系を理解することがまず大切であろう．また，最近では色の見えを表わすための式なども提案されているが，このような式はかなり複雑なものになっている．複雑になっている原因の一つは，やはり XYZ 表色系からスタートしていることにある．また，網膜における 3 種類の錐体の密度分布も明らかになってきており，色情報と空間的情報を同時に考える場合などは，XYZ より錐体の応答 LMS を使った方が明らかに有利である．このような理由からも，はじめに述べたように，人間の視覚のメカニズムに直結した表色系，それは錐体の応答に基づく表色系になると思うが，このような表色系を用いれば，色の表記，あるいは色の見えの評価などがもう少し理解しやすくなり，さらに色覚を持ったロボットビジョン，また色彩画像の設計，評価などにも有効に使われるものと思われる．CIE ではこのような錐体の分光感度に基づく表色系の確立に向けて検討している．早い実現を望んでこの講義を終わりたい．

## 参考文献

色彩工学の基礎，池田光男，朝倉書店（1980）